Domácí úkol č. 3
Termín: 24.3.2016 do 12:20

1. Nechť V je vektorový prostor konečné dimenze nad $\mathbb{R}$ se skalárním součinem $\langle \cdot | \cdot \rangle$. Charakterizujte dvojice vektorů $x, y \in V$, pro které platí $|\langle x|y\rangle| = \|x\| \, \|y\|$, kde $\|\cdot\|$ je odvozena od $\langle \cdot | \cdot \rangle$ (tj. dvojice vektorů, pro které nastává v Cauchy–Schwarzově nerovnosti rovnost).

   (3 body)

2. Jsme v prostoru $\mathbb{R}^3$ se skalárním součinem $\langle x|y\rangle := x^T \cdot A \cdot y$, kde $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Najděte v tomto prostoru matici ortogonální projekce na podprostor $U = \operatorname{span}\{(1,1,1)^T, (1,-1,1)^T\}$. (Jinými slovy, určete matici P takovou, že pro každé $x \in \mathbb{R}^3$ je vektor $P \cdot x$ ortogonální projekcí x na U.)

   (3 body)